

Méthodes et résultats inédits pour l'analyse des voix de préférences

par René DOUTRELEPONT,

Assistant à la Faculté de Droit, d'Economie et de Sciences sociales
de l'Université de l'Etat de Liège.
Service de sociologie.

★

Introduction.

Cet article poursuit un double objectif : tout d'abord faire part d'une méthode en partie originale pour l'analyse des résultats électoraux et, par ailleurs, communiquer les résultats obtenus à l'aide de cette méthode.

Plutôt que d'isoler les aspects descriptif, méthodologique et analytique du propos, j'ai préféré les intégrer les uns aux autres de façon à ce que la description prolongée par l'analyse se concrétise et illustre directement la méthode.

L'objet de l'analyse est constitué par l'ensemble des votes nominatifs recueillis par les candidats appartenants au collège électoral francophone lors des élections européennes du 17 juin 1984 (candidats effectifs).

La méthode retenue est fondée sur un modèle mathématique appelé log-linéaire ou encore « modèle logistique étendu », brièvement présenté en annexe. L'application de cette méthode et de ses « prolongements » n'est bien sûr par limitée au cas d'espèce retenu.

La première partie de l'article met en œuvre le modèle log-linéaire proprement dit. On y observe l'influence exercée par diverses variables et paramètres sur les votes nominatifs : il s'agit essentiellement de la position occupée sur la liste, des diverses listes et de l'interaction entre ces variables qui mesure, ainsi qu'il sera précisé ultérieurement, l'influence ou le rôle personnel du candidat.

La deuxième partie de l'étude s'attarde à décrire et à commenter plus minutieusement les résultats des candidats Happort et Nols. La notoriété acquise, à titres divers, par ces candidats recommande en effet de

leur réserver un traitement « statistique » de faveur. Plus prosaïquement, les scores électoraux qu'ils réalisent, illustreront de façon exemplaire une méthode inédite consistant à transformer en termes de voix et de pourcentages les multiplicateurs propres au modèle log-linéaire.

L'application de cette méthode originale à l'ensemble des candidats effectifs, l'interprétation qu'il convient de donner aux mesures qu'elle engendre en l'occurrence, formera la troisième partie de l'article.

Outre la présentation du modèle log-linéaire (annexe III), le lecteur trouvera à l'annexe I la liste des candidats et la signification des sigles des listes à l'annexe II.

I. Analyse des votes nominatifs pour le collège électoral francophone à l'aide du modèle log-linéaire.

Le modèle log-linéaire appliqué est le modèle :

$$\log \left(\frac{P_{ijk}}{P} \right) = \mu_k + \theta_i + \alpha_{ik}$$

avec k = liste
 i = place

Ce modèle décrit par Lindsey (1973) (1) utilise l'inférence par vraisemblance, originellement proposée par Fischer (2) dans les années 1920. Il fut toutefois laissé pour compte jusqu'à ce que les ordinateurs permettent, ou en tout cas facilitent, ses applications.

Appliqué aux votes nominatifs obtenus par les candidats du collège francophone lors des élections européennes de juin 1984, il permet dans un premier temps de distinguer et de mesurer : 1° l'effet de la place occupée par les candidats, 2° l'effet de la liste pour l'ensemble des candidats d'une même liste et 3° l'effet d'interaction de la place et de la liste.

Les résultats seront mentionnés à la fois en termes logarithmiques et en termes de chance.

(1) J.K. LINDSEY, *Inferences from sociological survey data. A unified approach*, Elsevier, Amsterdam, New York, 1973.

(2) R.A. FISCHER, *Statistical Methods and Scientific Inference*, 2nd edit., Edinburgh, Oliver and Boyd, 1959.

1.1. *Effet moyen de la place occupée (0i).*1.1.1. *Candidats effectifs.*

	<i>En termes logarithmiques</i>	<i>En termes de chances</i>
1 ^o place	+ 1,562	4,768
2 ^o place	+ 0,370	1,448
3 ^o place	+ 0,392	1,480
4 ^o place	+ 0,195	1,215
5 ^o place	— 0,214	0,807
6 ^o place	— 0,398	0,672
7 ^o place	— 0,468	0,626
8 ^o place	— 0,775	0,461
9 ^o place	— 0,554	0,575
10 ^o place	— 0,489	0,613
11 ^o place	+ 0,379	1,461

Comparativement à l'ensemble des autres places, seules les quatre premières et la dernière place de la liste avantagent les candidats effectifs, quelle que soit la liste.

1.1.2. *Interprétation du tableau 1.1.1.*

L'interprétation des indices s'effectue comme suit : la chance (3) qu'un électeur vote nominativement pour un candidat effectif occupant la première place d'une liste plutôt que pour un autre candidat (en moyenne) est égale à 4,768. Il y a donc 4,77 fois plus de chance (par rapport à 1) qu'un vote nominatif se porte sur le premier candidat effectif plutôt que sur n'importe quel autre candidat. En termes logarithmiques, la chance se traduit par + 1,562, la moyenne étant à zéro.

Si l'on veut, par exemple, comparer l'effet de la 1^o place et celui de la 4^o place pour les candidats effectifs, il suffit de soustraire 0,195 (l'indice paramétrique relatif à la 4^o place) de 1,562 (indice relatif à la 1^o place).

On obtient ainsi un nouvel indice 1,367 dont voici la signification : la chance qu'un électeur vote nominalement en faveur du premier candidat plutôt qu'en faveur du quatrième candidat effectif, quelle que soit la liste, est égale à 3,92 (ou + 1,367). Il y a donc 3,92 fois plus

(3) Comme rapport de probabilité.

de chance qu'un vote nominal se porte sur le premier candidat effectif plutôt que sur le quatrième. Ou encore, l'effet de la « première place d'effectif » est 3,92 fois supérieure à l'effet de la « quatrième place d'effectif ».

Après l'effet de la place occupée, le modèle permet d'obtenir l'effet moyen de la liste, c'est-à-dire l'effet moyen pour l'ensemble des candidats d'une même liste.

1.2. Effet moyen de la liste (μ_k).

Les candidats des listes PS (+ 2,030), PRL (+ 1,937), PSC (+ 1,828) et Ecolo (+ 0,300) ont obtenu un nombre de voix de préférence supérieur à la moyenne, quel que soit le candidat. L'appartenance

Candidats effectifs

	PRL	Ecolo	PCB	PSC	FDF-CFE	PS	POS-LRT	PWE	PTB
Log.	+ 1,937	+ 0,300	- 0,812	+ 1,828	- 0,026	+ 2,030	- 2,162	- 0,839	- 2,257
Chance	6,938	1,350	0,444	6,221	0,974	7,614	0,115	0,432	0,105

à l'une de ces listes constituait donc un avantage pour l'obtention de votes nominatifs. Par exemple, la chance qu'un électeur vote nominativement pour un candidat de la liste PSC plutôt que pour un candidat d'une autre liste (en moyenne) est 6,22 fois supérieure à la moyenne.

Si l'on compare deux listes, par exemple les listes PS et PWE, la chance qu'un électeur francophone vote en faveur d'un candidat de la liste PS plutôt qu'en faveur d'un candidat de la liste PWE est égale à 17,62 (4). En d'autres termes, un candidat effectif de la liste PS possédait 17,62 fois plus de chance d'obtenir une voix de préférence qu'un candidat de la liste PWE.

1.3. Effet d'interaction de la liste et de la place (α_{ik}) ou effet spécifique du candidat.

Dans le modèle log-linéaire à deux variables, la variable place et la variable liste sont les modalités qui définissent un candidat du point de vue statistique. Un candidat est donc défini par la place qu'il occupe sur

(4) Soit $e^{2,030 - (-0,839)} = e^{2,869} = 17,62$ (cf annexe).

une liste déterminée. En ce sens, l'interaction de la place et de la liste définit ce que l'on peut appeler l'effet spécifique du candidat (5).

1.3.1. Effet spécifique des candidats (effectifs) (6).

	PRL	Ecolo	PCB	PSC	FDF-CFE	PS	POS-LRT	PWE	PTB
1er candidat (7)	- 0,786 (0,456)	- 0,006 (0,994)	- 0,221 (0,802)	+ 0,103 (1,108)	+ 1,337 (3,808)	- 0,752 (0,471)	- 0,360 (0,698)	+ 0,896 (2,450)	- 0,211 (0,810)
2e candidat	+ 0,386 (1,471)	- 0,137 (0,872)	- 0,215 (0,807)	+ 0,361 (1,435)	- 1,492 (0,225)	+ 0,522 (1,685)	+ 0,027 (1,027)	+ 0,780 (2,181)	- 0,233 (0,792)
3e candidat	+ 0,327 (1,387)	+ 0,441 (1,554)	+ 0,296 (1,344)	- 0,495 (0,610)	- 0,329 (0,720)	- 0,456 (0,634)	- 0,016 (0,984)	+ 0,533 (1,704)	- 0,301 (0,740)
4e candidat	+ 0,285 (1,330)	- 0,262 (0,770)	- 0,728 (0,483)	- 0,361 (0,697)	+ 0,551 (1,735)	+ 2,227 (9,272)	- 0,189 (0,828)	- 1,075 (0,341)	- 0,446 (0,640)
5e candidat	+ 0,899 (2,457)	- 0,239 (0,787)	+ 0,006 (1,006)	- 0,224 (0,799)	- 0,148 (0,862)	+ 0,443 (1,557)	- 0,202 (0,817)	+ 0,064 (1,066)	- 0,601 (0,548)
6e candidat	- 0,661 (0,516)	+ 0,715 (2,044)	+ 0,225 (1,252)	- 0,489 (0,613)	- 0,805 (0,447)	+ 0,504 (1,655)	+ 0,205 (1,228)	- 0,057 (0,945)	+ 0,363 (1,438)
7e candidat	- 0,518 (0,596)	- 0,355 (0,701)	+ 1,385 (3,995)	+ 0,802 (2,230)	- 0,278 (0,757)	+ 0,211 (1,235)	- 0,167 (0,846)	- 0,701 (0,496)	- 0,379 (0,685)
8e candidat	- 0,453 (0,636)	- 0,367 (0,693)	- 0,174 (0,840)	- 0,304 (0,738)	- 0,603 (0,547)	+ 0,832 (2,298)	+ 0,258 (1,294)	+ 0,182 (1,200)	+ 0,630 (1,878)
9e candidat	- 0,211 (0,810)	+ 0,775 (2,171)	+ 0,101 (1,106)	+ 0,438 (1,550)	- 0,555 (0,574)	- 0,351 (1,704)	+ 0,225 (1,252)	- 0,483 (0,617)	+ 0,060 (1,062)
10e candidat	- 0,476 (0,621)	- 0,060 (0,942)	- 0,664 (0,515)	- 0,096 (0,908)	+ 1,441 (4,225)	- 1,552 (0,212)	+ 0,759 (2,136)	+ 0,261 (1,298)	+ 0,387 (1,473)
11e candidat	+ 1,207 (3,343)	- 0,506 (0,603)	- 0,011 (0,989)	+ 0,264 (1,302)	+ 0,882 (2,416)	- 1,629 (0,196)	- 0,538 (0,584)	- 0,401 (0,670)	+ 0,731 (2,077)

La mesure des scores personnels des candidats effectifs, c'est-à-dire des voix nominatives obtenues, dépouillées des effets de liste et des effets de place, montre que le meilleur score intrinsèque a été réalisé par le

(5) La procédure de calcul des paramètres α_{ik} confirme cette conceptualisation.

Ainsi pour obtenir l'interaction entre les deux variables (liste et place) on compare les votes nominatifs obtenus par le candidat.

1° A la moyenne de la liste, elle-même comparée à la moyenne générale.

2° A la moyenne de la place, elle-même comparée à la moyenne générale.

3° A la moyenne générale.

En termes logarithmiques cela revient à retirer au score du candidat :

1° L'effet moyen de la liste (auquel on a retiré l'effet moyen de tous les candidats).

2° L'effet moyen de la place (auquel on a retiré l'effet moyen de tous les candidats).

3° L'effet moyen de l'ensemble des candidats.

Il reste donc après ces soustractions, l'effet personnel intrinsèque du candidat ou le score obtenu par le candidat toutes choses égales par ailleurs (effet de liste et effet de place).

Cet effet personnel du candidat est en fait, comme l'effet de place et l'effet de liste, un multiplicateur de la moyenne des voix nominatives obtenue par l'ensemble des candidats.

(6) En termes logarithmiques et en termes de chance (entre parenthèses).

(7) La liste des candidats est disponible en annexe.

candidat Happart (4^e candidat sur la liste PS) (+ 2,227). Ce n'est pas une surprise. Le score obtenu par ce candidat dans les conditions qui viennent d'être mentionnées, est 9,272 fois supérieur à celui de la moyenne des candidats placés dans la même situation, à savoir quelle que soit la liste et quelle que soit la place occupée.

Les autres effets spécifiques les plus marquants sont le fait des candidats Thiery (10^e candidat de la liste FDF-CFE, + 1,441); Bal (7^e candidat de la liste PCB, + 1,385); Spaak (1^{er} candidat de la liste FDF-CFE, + 1,337); Nols (11^e candidat de la liste PRL, + 1,207).

L'effet spécifique ou intrinsèque du candidat peut mettre en évidence des candidats ayant obtenu un nombre absolu restreint de voix de préférence. Par la prise en compte de l'effet de liste et de l'effet de la place occupée, il peut bousculer la hiérarchie réalisée à partir des chiffres absolus. A titre indicatif, 3.045 votes nominatifs s'étaient effectivement portés sur le candidat Bal (8).

Au point de vue de l'interprétation globale du tableau, un indice positif est l'indice d'un effet spécifique au candidat supérieur à la moyenne (0). Un indice négatif a la signification inverse. Les indices repris entre parenthèses sont les chances qu'un électeur vote pour un candidat plutôt que pour un autre en moyenne (soit 1), toutes choses égales par ailleurs (c'est-à-dire étant donné l'effet de la place et l'effet de liste).

Par exemple, en tenant compte de l'effet de place et de l'effet de liste, la chance qu'un électeur vote pour le candidat Gendebien (1^{er} candidat PWE) plutôt que pour un autre candidat (en moyenne) est égale à 2,45 (ou + 0,896). Il y a donc 2,45 fois plus de chance qu'un électeur vote en faveur de ce candidat plutôt que pour n'importe quel autre candidat, toutes choses égales par ailleurs.

II. Examen détaillé des votes nominatifs obtenus par les candidats Happart et Nols.

Lors des élections européennes de 1984, les candidats Happart et Nols ont plus particulièrement retenu l'attention des commentateurs politiques en Belgique francophone. La notoriété de ces candidats conjuguée à la ponctualité de leur adhésion aux listes qu'ils intégraient, expliquent, au moins en partie, les raisons d'une telle attention. En l'occurrence, je ne ferai donc que souscrire à une situation entérinée par ailleurs.

(8) Il reste bien entendu que le score réel du candidat est mesuré par l'ensemble des effets (effet de liste, effet de place et effet spécifique du candidat).

2.1. Les votes nominatifs obtenus par le candidat Happart.

En termes logarithmiques, les 234.996 votes nominatifs obtenus par le candidat Happart se traduisent par 12,367. Ce « score » se décompose à l'aide du modèle mathématique de la façon suivante :

1° La moyenne des votes nominatifs pour l'ensemble des candidats effectifs : 7,916 (2.741).

2° L'effet principal de la liste PS : + 2,030 (7,614).

3° L'effet principal de la place (4°) : + 0,195 (1,215).

4° L'effet d'interaction de la place et de la liste : ou effet spécifique du candidat : + 2,227 (9,272).

En termes non logarithmiques, cela revient à dire que le score réalisé par le candidat Happart (234.996) est 86 fois supérieur au score moyen (9) de l'ensemble des candidats effectifs (≈ 2.741).

Il est 86 fois supérieur pour les raisons suivantes :

a) 7,61 fois supérieur parce que Happart est candidat sur la liste PS (effet de liste).

b) 1,215 fois supérieur parce que Happart occupe la 4° position (effet de place).

c) 9,27 fois supérieur parce que Happart est candidat sur la liste PS et occupe la 4° place, c'est-à-dire parce qu'il s'agit spécifiquement du candidat Happart (effet d'interaction de la liste et de la place ou effet spécifique du candidat).

$$7,61 \times 1,215 \times 9,27 = 86 \quad (10)$$

En d'autres termes, les indices paramétriques sont des *multiplicateurs* du nombre moyen de votes nominatifs pour l'ensemble des candidats effectifs.

L'effet multiplicateur de la liste est 7,61.

L'effet multiplicateur de la place est 1,215.

L'effet multiplicateur du candidat est 9,27.

(9) Il s'agit de la moyenne géométrique.

(10) $2.741 \times 7,61 \times 1,215 \times 9,27 = 234.936$. L'erreur de 60 voix provient de ce que la moyenne est arrondie à l'unité supérieure et les multiplicateurs fixés à 2 ou 3 décimales.

2.2. Traduction des effets en voix et en pourcentage.

Posons les inconnues X, Y et Z comme étant le nombre de voix dû respectivement à l'effet spécifique du candidat, à l'effet de liste et à l'effet de place (11).

$$\text{On a donc : } X + Y + Z = 234.996$$

Sachant que l'effet multiplicateur du candidat est 1,22 fois (12) supérieur à l'effet multiplicateur de la liste et que ce dernier est lui-même 6,27 fois supérieur à l'effet de place, on a aussi :

$x = 1,22 Y$ Les coefficients des inconnues sont donnés par les
 $Y = 6,27 Z$ rapports entre multiplicateurs.

La résolution du système d'équations donne :

$Z = 15.777$ nombre de voix nominatives lié à l'effet de place.
 $Y = 98.848$ nombre de voix nominatives lié à l'effet de liste.
 $X = 120.371$ nombre de voix nominatives lié à l'effet spécifique du candidat.

En pourcentage, $Z = 6,71 \%$; $Y = 42,06 \%$; $X = 51,23 \%$ (13). Il apparaît ainsi que sur les 234.996 voix de préférence obtenues par le candidat Happart, 120.371 voix, soit 51,23 %, sont « dues » à l'effet personnel de ce candidat, 98.848 soit 42,06 % sont « dues » à l'effet de liste et 15.777, soit 6,71 %, sont « dues » à la place occupée sur la liste.

2.3. Les votes nominatifs obtenus par le candidat Nols.

Le candidat Nols, 11^e candidat effectif sur la liste PRL a obtenu 92.969 voix de préférence, soit en termes logarithmiques 11.440. Ce résultat se décompose comme suit :

1° La moyenne des votes nominatifs pour l'ensemble des candidats effectifs 2.741 (7,916).

2° L'effet principal de la liste PRL : + 1,937 (6,94).

3° L'effet principal de la place (11^e) : + 0,379 (1,46).

(11) La moyenne générale étant commune à tous les candidats, les rapports entre multiplicateurs ne se modifient pas si on ne la prend pas en considération. Dans le cas présent on peut aussi multiplier les multiplicateurs par la racine cubique de la moyenne sans modifier les proportions.

(12) Soit 9,27 / 7,61.

(13) On peut obtenir directement les résultats en pourcentages en posant $X + Y + Z = 100$.

4° L'effet d'interaction de la place et de la liste qui définit l'effet spécifique du candidat : + 1,207 (3,34).

Le résultat obtenu par le candidat Nols (91.969) est donc 34 fois supérieur au score moyen de l'ensemble des candidats effectifs (≈ 2.741).

Il est 34 fois supérieur parce qu'il est :

- a) 6,94 fois supérieur en raison de l'effet de liste.
- b) 1,46 fois supérieur en raison de l'effet de place.
- c) 3,34 fois supérieur en raison de l'effet d'interaction de la place et de la liste, c'est-à-dire en raison de l'effet spécifique au candidat.

En termes de voix, cela signifie que :

- 11.566 votes nominatifs sont liés à l'effet de place, soit 12,44 % ;
- 54.931 votes nominatifs sont liés à l'effet de liste, soit 59,09 % ;
- 26.472 votes nominatifs sont spécifiquement liés au candidat, soit 28,47 %.

En conclusion, les situations « électorales » des candidats Nols et Happart apparaissent comme étant fondamentalement différentes. En effet, même si la prudence s'impose au niveau du commentaire, le candidat Happart doit la majorité des voix nominatives obtenues à sa propre notoriété plutôt qu'à sa présence sur la liste du parti socialiste ou à la position qu'il occupait sur cette liste.

Au contraire, le candidat Nols semble redevable de la majorité des voix de préférence qu'il obtient à sa présence sur la liste du parti réformateur libéral.

Il est possible d'exprimer la même idée différemment en disant que le minimum de votes nominatifs récoltés par le candidat Happart eût été de l'ordre de 120.000 voix, quelle que soit la liste sur laquelle il se présentait et quelle que soit la place occupée sur la liste. Placé dans la même situation, le candidat Nols aurait, quant à lui, obtenu un minimum de 26.500 voix.

III. Mesure en termes de voix et de pourcentage de l'effet personnel du candidat, de l'effet de liste et de l'effet de place pour l'ensemble des candidats effectifs.

3.1. Présentation des résultats.

Collège francophone. Nombre absolu de voix de préférence (rappel).

	PRL	Ecolo	PCB	PSC	DFD-CFE	PS	POS-LRT	PWE	PTB
1	41.311	17.524	4.651	90.096	48.445	46.885	1.048	13.832	1.107
2	40.529	4.671	1.422	35.438	870	50.902	469	3.742	329
3	39.022	8.507	2.421	15.380	2.842	19.561	459	2.988	314
4	30.722	3.455	714	14.434	5.627	234.996	317	491	223
5	37.726	2.351	989	11.011	1.860	26.239	208	1.020	127
6	6.600	5.081	1.024	7.031	802	23.213	260	752	277
7	7.096	1.623	3.045	23.817	1.266	16.138	167	368	123
8	5.569	1.180	471	5.798	673	22.090	188	655	248
9	8.851	4.614	774	15.195	881	8.442	227	420	175
10	7.244	2.135	384	9.498	6.918	2.709	413	943	259
11	92.969	3.258	1.759	32.450	9.431	5.980	269	1.160	871

3.1.1. Effet spécifique du candidat (en voix).

	PRL	Ecolo	PCB	PSC	DFD-CFE	PS	POS-LRT	PWE	PTB
1	1.548	2.449	620	8.255	19.315	1.720	131	4.429	158
2	6.048	1.110	425	5.585	74	7.983	186	2.010	111
3	5.519	3.016	996	1.128	644	1.274	175	1.408	100
4	4.308	797	161	1.237	2.488	120.371	122	84	73
5	9.086	629	441	1.124	607	4.095	98	472	48
6	419	2.555	542	574	171	3.865	158	347	180
7	518	425	2.402	5.851	407	2.103	89	117	59
8	441	327	227	577	186	4.894	130	376	191
9	861	2.446	403	2.821	238	668	146	160	107
10	551	692	126	1.114	5.028	68	308	522	174
11	26.472	575	601	4.703	4.697	127	73	303	497

*Collège francophone.*3.1.2. *Effet de liste (en voix).*

	PRL	Ecolo	PCB	PSC	FDF-CFE	PS	POS-LRT	PWE	PTB
1	23.566	3.326	343	46.331	4.942	27.773	22	781	20
2	28.527	1.718	234	24.218	320	36.063	21	398	15
3	27.613	2.619	329	11.513	872	15.311	20	357	14
4	22.477	1.399	148	11.040	1.397	98.847	17	107	12
5	25.655	1.078	195	8.751	685	20.021	14	191	9
6	5.635	1.687	192	5.827	373	17.779	15	159	13
7	6.033	818	267	16.323	523	12.968	12	102	9
8	4.809	636	120	4.861	331	16.215	12	135	11
9	7.378	1.521	162	11.327	404	7.228	13	112	11
10	6.150	992	108	7.631	1.160	2.444	17	174	12
11	54.931	1.288	270	22.471	1.894	4.911	14	196	25

3.1.3. *Effet de place (en voix).*

	PRL	Ecolo	PCB	PSC	FDF-CFE	PS	POS-LRT	PWE	PTB
1	16.197	11.749	3.688	35.510	24.188	17.393	895	8.621	929
2	5.953	1.843	763	5.635	476	6.857	262	1.334	203
3	5.890	2.872	1.096	2.739	1.325	2.976	263	1.223	200
4	3.937	1.259	405	2.157	1.742	15.777	179	300	138
5	2.985	645	354	1.136	568	2.123	97	357	70
6	546	839	290	629	257	1.568	87	247	84
7	545	380	376	1.643	336	1.067	66	148	54
8	319	217	124	360	156	981	46	144	47
9	611	647	209	1.046	238	546	67	149	58
10	544	451	150	752	730	197	88	247	73
11	11.566	1.394	888	5.276	2.840	942	182	661	349

*Collège francophone.**Candidats effectifs.*

3.1.4. *Effet spécifique du candidat (en % du total des voix obtenues par le candidat).*

	PRL	Ecolo	PCB	PSC	FDF-CFE	PS	POS-LRT	PWE	PTB
1	3,75	13,98	13,33	9,16	39,87	3,67	12,50	32,02	14,25
2	14,92	23,76	29,89	15,76	8,50	15,68	39,66	53,71	33,79
3	14,14	35,45	41,14	7,33	22,67	6,52	38,16	47,12	31,84
4	14,02	23,08	22,54	8,57	44,21	51,22	38,36	17,16	32,66
5	24,08	26,74	44,57	10,21	32,62	15,61	46,97	46,24	37,55
6	6,35	50,28	52,89	8,17	21,36	16,65	60,94	46,11	64,93
7	7,30	26,19	78,87	24,57	32,12	13,03	53,30	31,91	48,36
8	7,91	27,68	48,16	9,94	27,60	22,15	69,21	57,33	76,86
9	9,73	53,00	52,06	18,57	27,04	7,92	64,48	37,99	60,98
10	7,60	32,42	32,75	11,73	72,69	2,51	74,57	55,39	67,23
11	28,47	17,66	34,18	14,49	49,80	2,12	27,04	26,13	57,02

3.1.5. *Effet de liste (en % du total des voix obtenues par le candidat).*

	PRL	Ecolo	PCB	PSC	FDF-CFE	PS	POS-LRT	PWE	PTB
1	57,05	18,98	7,38	51,42	10,20	59,24	2,06	5,65	1,84
2	70,39	36,79	16,45	68,34	36,81	70,85	4,44	10,64	4,46
3	70,76	30,79	13,58	74,86	30,70	78,27	4,46	11,95	4,50
4	73,16	40,48	20,73	76,49	24,83	42,06	5,33	21,73	5,34
5	68,00	45,84	19,67	79,48	36,85	76,30	6,62	18,74	7,17
6	85,38	33,20	18,75	82,88	46,55	76,59	5,71	21,10	4,73
7	85,02	50,42	8,77	68,54	41,32	80,36	7,25	27,80	7,39
8	86,35	53,92	25,44	83,85	49,15	73,41	6,15	20,65	4,28
9	83,36	32,96	20,89	74,55	45,89	85,62	5,93	26,61	6,01
10	84,89	46,47	28,24	80,35	16,76	90,22	4,02	18,44	4,78
11	59,09	39,54	15,34	69,25	20,09	82,13	5,33	16,86	2,87

ANALYSE DES VOIX DE PREFERENCES

153

3.1.6. Effet de place (en % du total des voix obtenues par le candidat).

	PRL	Ecolo	PCB	PSC	FDF-CFE	PS	POS-LIT	PWE	PTB
1	39,21	67,04	79,29	39,41	49,93	37,10	85,44	62,33	83,91
2	14,69	39,45	53,65	15,90	54,69	13,47	55,89	35,65	61,75
3	15,09	33,76	45,28	17,81	46,63	15,21	57,38	40,93	63,66
4	12,82	36,44	56,73	14,94	30,97	6,71	56,31	61,11	62,00
5	7,91	27,42	35,77	10,31	30,53	8,09	46,41	35,02	55,29
6	8,27	16,52	28,36	8,95	32,09	6,76	33,34	32,79	30,34
7	7,67	23,39	12,36	6,90	26,56	6,61	39,45	40,29	44,24
8	5,73	18,40	26,40	6,21	23,24	4,44	24,63	22,02	18,86
9	6,90	14,03	27,04	6,86	27,07	6,46	29,59	35,39	33,00
10	7,50	21,11	39,01	7,92	10,55	7,27	21,41	26,17	28,00
11	12,44	42,79	50,48	16,26	30,11	15,76	67,64	57,01	40,10

3.2. Présentation des résultats.

Collège néerlandophone. Nombre absolu de voix de préférence (rappel).

	CVP	VU	KPB	Agalev	PVV	SP	V. BI.	PVDA	SAP-RAL
1	101.384	44.524	3.620	23.126	94.496	496.063	13.334	8.135	1.361
2	77.293	53.731	409	2.770	13.968	15.126	962	451	330
3	45.296	14.387	728	6.339	14.519	14.860	801	410	330
4	59.132	44.610	407	1.841	5.251	23.184	1.220	352	159
5	80.900	11.455	336	6.002	9.215	8.562	934	313	268
6	22.469	4.509	223	1.600	7.474	2.998	540	291	189
7	27.682	7.902	448	2.440	8.617	2.735	847	600	282
8	20.126	9.746	999	1.767	10.627	4.587	915	579	192
9	16.678	3.966	238	2.322	4.559	7.150	651	212	227
10	13.129	3.967	289	1.141	4.365	2.893	358	552	174
11	4.510	5.489	260	144	3.733	1.413	732	262	254
12	8.750	29.675	230	2.113	8.422	3.540	766	334	260
13	17.354	33.037	347	3.901	20.118	4.177	1.382	436	1.023

*Collège néerlandophone.**3.2.1. Effet spécifique du candidat (en voix).*

	CVP	VU	KPB	Agelev	PVV	SP	V. BI.	PVDA	SAP-RAL
1	2.001	1.013	300	2.030	6.640	173.262	1.671	1.262	64
2	10.909	15.108	113	667	2.116	3.400	249	124	104
3	4.309	1.486	321	2.860	2.470	3.567	201	117	115
4	8.337	13.474	152	433	436	8.759	493	111	41
5	15.363	1.194	117	3.096	1.318	1.633	334	96	105
6	2.686	408	123	696	1.735	476	271	171	117
7	2.755	801	246	983	1.568	268	386	356	152
8	1.377	1.095	700	533	2.115	648	402	317	78
9	1.457	304	130	1.186	677	2.136	345	103	145
10	1.094	363	193	452	740	505	161	426	114
11	200	954	202	17	784	193	549	197	215
12	338	9.770	102	874	1.701	500	371	169	151
13	718	7.324	103	1.397	4.726	367	542	141	667

3.2.2. Effet de liste (en voix).

	CVP	VU	KPB	Agelev	PVV	SP	V. BI.	PVDA	SAP-RAL
1	52.185	15.709	59	1.934	25.546	78.809	463	135	16
2	58.180	30.271	31	827	8.587	7.908	149	37	17
3	36.259	10.279	46	1.433	8.915	7.808	134	36	17
4	45.723	25.583	33	636	3.706	10.455	183	34	11
5	59.219	8.489	29	1.340	6.133	5.076	156	32	16
6	18.774	3.711	23	569	5.013	2.130	110	30	13
7	23.094	6.146	35	779	5.806	1.940	148	45	16
8	17.260	7.401	48	634	6.905	3.041	155	46	13
9	14.408	3.298	24	702	3.369	4.203	122	26	14
10	11.493	3.299	25	455	3.216	2.056	87	35	12
11	4.175	4.267	20	94	2.714	1.099	98	23	10
12	7.864	17.517	24	702	5.658	2.455	138	34	15
13	14.820	20.740	29	1.069	11.569	2.684	196	38	30

*Collège néerlandophone.**3.2.3. Effet de place (en voix).*

	CVP	VU	KPB	Agelev	PVV	SP	V. BI.	PVDA	SAP-RAL
1	47.198	27.802	3.261	19.162	62.309	243.992	11.200	6.738	1.281
2	8.204	8.352	265	1.277	3.265	3.817	563	290	209
3	4.728	2.622	361	2.046	3.135	3.485	466	257	198
4	5.072	5.553	222	772	1.109	3.970	544	207	107
5	6.317	1.772	190	1.566	1.764	1.853	444	185	148
6	1.009	390	77	335	726	392	158	90	59
7	1.833	955	167	678	1.243	527	314	199	113
8	1.490	1.250	251	600	1.607	898	358	217	101
9	813	364	84	434	512	812	184	82	68
10	542	304	71	235	409	332	110	91	48
11	134	269	39	33	235	121	85	41	29
12	548	2.389	104	536	1.063	586	257	131	94
13	1.816	4.973	215	1.435	3.823	1.126	644	257	326

3.2.4. Effet spécifique du candidat (en % du total des voix obtenues par le candidat).

	CVP	VU	KPB	Agelev	PVV	SP	V. BI.	PVDA	SAP-RAL
1	1,97	2,27	8,28	8,78	7,03	34,93	12,53	15,51	4,70
2	14,11	28,12	27,66	24,07	15,15	22,48	25,93	27,45	31,57
3	9,51	10,33	44,12	45,12	17,01	24,00	25,10	28,50	34,91
4	14,10	30,20	37,42	23,52	8,31	37,78	40,43	31,64	26,04
5	18,99	10,42	34,69	51,58	14,30	19,07	35,75	30,68	39,00
6	11,96	9,05	55,12	43,50	23,22	15,89	50,25	58,66	61,88
7	9,95	10,14	55,01	43,30	18,20	9,80	45,55	59,34	54,04
8	6,84	11,23	70,04	30,17	19,90	14,12	43,96	54,73	40,62
9	8,74	7,66	54,59	51,09	14,86	29,87	52,97	48,69	64,07
10	8,34	9,16	66,66	39,57	16,96	17,47	45,11	77,13	65,43
11	4,44	17,37	77,53	11,96	20,99	13,69	74,97	75,29	84,49
12	3,86	32,92	44,30	41,38	20,20	14,12	48,45	50,67	58,03
13	4,14	22,17	29,73	35,82	23,49	8,78	39,23	32,26	65,19

*Collège néerlandophone.*3.2.5. *Effet de liste* (en % du total des voix obtenues par le candidat).

	CVP	VU	KPB	Agelev	PVV	SP	V. BI.	PVDA	SAP-RAL
1	51,47	35,28	1,64	8,36	27,03	15,89	3,47	1,66	1,18
2	75,27	56,34	7,57	29,84	61,47	52,28	15,52	8,28	5,11
3	80,05	71,45	6,27	22,60	61,40	52,54	16,69	8,74	5,23
4	77,32	57,35	8,09	34,52	70,58	45,10	15,01	9,62	6,89
5	73,20	74,11	8,74	22,33	56,55	59,28	16,67	10,09	5,88
6	83,56	82,30	10,53	35,57	67,07	71,04	20,41	10,45	6,67
7	83,43	77,79	7,73	31,93	67,38	70,93	17,43	7,57	5,77
8	85,76	75,94	4,80	35,89	64,97	66,29	16,93	7,87	6,92
9	86,39	83,16	10,27	30,23	73,90	58,78	18,74	12,50	6,03
10	87,54	83,16	8,63	39,84	73,67	71,06	24,27	6,36	6,72
11	92,58	77,73	7,61	65,10	72,70	77,75	13,45	8,92	4,06
12	89,88	59,03	10,65	33,24	67,18	69,34	18,00	10,20	5,90
13	85,40	62,78	8,33	27,40	57,51	64,26	14,20	8,75	2,96

3.2.6. *Effet de place* (en % du total des voix obtenues par le candidat).

	CVP	VU	KPB	Agelev	PVV	SP	V. BI.	PVDA	SAP-RAL
1	46,55	62,44	90,08	82,85	65,94	49,19	83,97	82,83	94,11
2	10,61	15,54	64,77	46,10	23,38	25,24	58,55	64,27	63,32
3	10,44	18,23	49,61	32,28	21,59	23,45	58,21	62,76	59,86
4	8,58	12,45	54,49	41,96	21,11	17,12	44,56	58,74	67,08
5	7,81	15,47	56,58	26,09	19,15	21,65	47,58	59,23	55,12
6	4,49	8,65	34,35	20,93	9,72	13,06	29,34	30,89	31,45
7	6,62	12,08	37,26	27,77	14,42	19,27	37,02	33,09	40,19
8	7,40	12,83	25,16	33,94	15,12	19,59	39,11	37,40	52,46
9	4,87	9,18	35,15	16,68	11,24	11,35	28,29	38,81	29,89
10	4,13	7,67	24,71	20,59	9,37	11,47	30,62	16,51	27,84
11	2,98	4,89	14,86	22,94	6,31	8,56	11,58	15,79	11,46
12	6,26	8,05	45,05	25,38	12,62	16,54	33,56	39,13	36,08
13	10,46	15,05	61,94	36,78	19,00	26,95	46,56	58,99	31,85

3.3. Modalités d'interprétation des résultats.

La procédure mise en place pour mesurer l'effet de liste, l'effet de place et l'effet personnel des candidats en termes de voix ou de pourcentages supprime les relations nécessaires (statistiques) qui existaient entre les catégories du modèle log-linéaire. Les comparaisons que l'on peut faire entre les candidats ne sont donc plus que des comparaisons de degré, sans référence à l'ensemble qui englobe les variables. En d'autres termes, les divers effets sont particularisés par référence soit au score global obtenu par le candidat, soit par rapport à 100.

La procédure ayant été explicitée et illustrée à partir des exemples des candidats Happort et Nols et la lecture des mesures relatives aux différents candidats ne posant pas de problèmes particuliers, je laisserai au lecteur le soin d'apprécier les performances individuelles de chaque candidat.

L'une ou l'autre précision peut toutefois être apportée en ce qui concerne l'interprétation des « effets ».

La notoriété d'un candidat est définie par le total des votes nominatifs qu'il recueille. La décomposition du score global du candidat montre dans quelle mesure et dans quelle proportion les voix récoltées sont :

1. Fonction du parti ou de la liste que le candidat « représente » (effet de liste).
2. Fonction de la place occupée par le candidat sur la liste (effet de place).
3. Fonction « d'éléments » qui ne sont ni la liste, ni la place occupée (effet spécifique du candidat).

L'effet de liste et l'effet de place peuvent légitimement s'entendre comme « un apport » de voix de la liste au candidat tandis que l'effet personnel du candidat doit plutôt être tenu pour l'apport de voix du candidat à liste. On peut dès lors considérer que les mesures dont il a été fait état, répondent à la question soulevée par le *CRISP* dans son courrier hebdomadaire n^{os} 1057-1058, de novembre 1984 : « dans quelle proportion les voix de préférence des candidats sont-elles *apportées* ou *prises* à la liste ? » (14) et peuvent être interprétées en ce sens.

(14) J. GERARD-LIBOIS, M. JULIN et X. MABILLE, Elections européennes en Belgique : géographie des votes de préférence, *CRISP, Courrier Hebdomadaire 1057-1058*, 9 novembre 1984, p. 31.

Cette interprétation appelle toutefois une réserve. Produit d'une approche formelle du phénomène étudié, les résultats sont relatifs, notamment au nombre de variables et de paramètres utilisés. Rien ne dit que les mesures ne pourraient être précisées, affinées par la prise en compte d'autres variables : votes de listes, circonscriptions électorales (15), etc. Il s'agit là d'un problème à la fois logique et méthodologique non résolu qui recommande la prudence dans l'interprétation.

En conclusion, il est donc préférable d'interpréter les résultats comme des indications précises en la matière plutôt que de les tenir pour définitifs et invariants, ainsi que la formalisation de la procédure pourrait le donner à croire (16)*.

Summary : The European elections of 1984 in Belgium : a loglinear analysis of the preferential votes.

This article has two goals : 1° to illustrate certain methods which are completely new in their application and ; 2° to communicate and analyse the results obtained by these methods.

The first part of this study concerns the application of a mathematical model to the nominal votes in the French-speaking electoral college for the European elections of June 1984. The statistical categories of the log linear model, logically translated, permit to isolate and to measure the effects of list, position, and personality of each candidate.

The second part of the article studies in more detail the results for the candidates Happort and Nols. This provides the occasion to introduce and to illustrate a method which permits the measurement of the nature of the performance of each candidate in terms of votes and percentages.

The application of this method to the totality of French — and Flemisch — speaking candidates, with an interpretation of the significance of the measures (relative importance of the list and of the candidate), forms the last part of this study.

(15) Cf *Ibidem*.

(16) Faute de place, je n'ai pu apporter dans le cadre de cet article les nuances et la critique plus qualitative que le propos justifiait. De même je n'ai pu communiquer les mesures obtenues pour les candidats suppléants. Ces dernières seront toutefois à la disposition des personnes intéressées, dans un livre publié prochainement.

* *Erratum*, p. 156, tableau 3.2.6. : pour la neuvième place d'Agalev, lire 18,68 % au lieu de 16,68 %.

ANNEXE I

Candidats effectifs aux élections européennes du 17 juin 1984

Collège francophone

	<i>PRL</i>	<i>Ecolo</i>	<i>PCB</i>	<i>PSC</i>	<i>FDF-CFE</i>	<i>PS</i>	<i>POS-LRT</i>	<i>PWE</i>	<i>PTB</i>
1	Toussaint	Roelants du Vivier	Beauvois	Deprez	Spaak	Glinne	Tondeur	Gendebien	Dor
2	Beyer	Hannequart	Herscovici	Herman	Scheurs	Lizin	Dekoninck	Massart	Thirionet
3	Detaille	Corombelle	Levaux	Goor	Outers	Dury	Henry	Mordant	Collon
4	Monfils	Labaye	Vrand	Poncelet	Marchal	Happart	Nelisse	Lipsin	Brouckaert
5	Mayence	Desrumaux	Fedrigo	Leonard	Risopoulos	Remacle	De Spiegeleer	Genicot	Moerenhout
6	Pierard	Somville	Pettinger	Cahay	Schippers	Urbain	Malgre	Toussaint	Dehaes
7	Evers	Karkan	Bal	Dalem	Martou	Delizée	Jooskens	Normaln	Mommerency
8	Frippiat	Louys	Bajura	Dumont	Maingain	Delhaye	Brose	Thiry	Bernard
9	Houssa	Mathieu	Martin	Detremmerie	Van Damme	Gondry	Van de Maele	Cohard	Plasman
10	Rotthier	Decroupette	Favarin	Gehlen	Thiery	Eicher	Leclercq	Boulangier	Michels
11	Nols	Linet	Couteau	Mainil	Desir	Dejardin	Mandel	Duvieusart	Martens

ANNEXE I (bis)
Candidats effectifs aux élections européennes du 17 juin 1984
 Collège néerlandophone

	<i>CVP</i>	<i>VU</i>	<i>KPB</i>	<i>AGALEV</i>	<i>PVV</i>	<i>SP</i>	<i>VBL</i>	<i>PVDA</i>	<i>SAP-RAL</i>
1	Crouw	Vandemeulebroecke	Turf	Staes	De Gucht	Van Miert	Dillen	Merckx	Dequeecker
2	De Backer	Kuijpers	Brabans	Van Durme	De Winter	Vernimmen	Van Linter	Dhont	Otte
3	Marck	Maes	De Geyter	Desmet	Leduc	Van Hemeldonck	Raës	Vander Velpen	Colle
4	Chanterle	Gabriels	De Simone	Leysen	Gantman	Uiburghs	Tratsaert	Vanhulle	Steenhaut
5	Van Rompuy	Van Grembergen	Delmotte	Ulens	Christiaens	Mommerency	Heus	Doumen	Vandamme
6	Lenaerts	Lernout	Delrue	Pletinckx	Van Gucht	Van Spaandonck	De Lobel	Ooms	Markey
7	Helsen	Vervaet	De Witte	Lauwers	Van Aperen	Demeester	Stassen	Van Damme	De Leeuw
8	Uyttersprot	Luyten	De Clerck	Pieters	Browaeyts	Maddelein	Janssens	De Witte	De Ley
9	Mortier	Vermeersch	Van Sande	Van Dongen	Van de Velde	Jorissen	Vandamme	Eligius	Van Hoorde
10	D'Udekem d'Acoz	Roets	Hoernaert	Lozle	Vandermarliere	Vanlerberghe	Denhaerynck	Van Acoleyen	Rijmenans
11	Van Winckel	Caudron	Caudron	Vanmuysen	De Groot	Brabants	De Croote	Bruynseels	Mees
12	Vandebosch	Schiltz	Goyvaerts	Goegebeur	Vandermeulen	Bultinck	Wouters	Braeckman	Torfs
13	Goekint	Anciaux	Debrouwere	Janssens	Bril	Geeraerts	Wymeersch	Goemare	De Hert

ANNEXE II

Tests statistiques

Tableaux se rapportant aux candidats effectifs : $X^2 = 626,207$ avec 80 DL.

Signification des sigles des listes.

PRL	Parti réformateur libéral.
Ecolo-v	Ecologistes confédérés pour l'organisation de luttes originales — Vert.
PCB	Parti communiste de Belgique.
PSC	Parti social chrétien.
FDF-CFE	Front démocratique des francophones — Communauté française européenne.
PS	Parti socialiste.
POS-LRT	Parti ouvrier socialiste — Ligue révolutionnaire des travailleurs.
PWE	Présence wallonne en Europe.
PTB	Parti du travail de Belgique.

ANNEXE II (bis)

Tests statistiques

Tableaux se rapportant aux candidats effectifs : $X^2 = 777,626$ avec 96 DL.

Signification des sigles des listes.

CVP-EVP	Christelijke Volkspartij — Europese Volkspartij.
VU-EVA	Volksunie — Europese Vrije Alliantie.
KPB	Kommunistische Partij van België.
Agalev	Anders gaan Leven.
PVV-ELD	Partij voor vrijheid en vooruitgang — Europese Liberaal Democraten.
SP	Socialistische Partij.
VBL	Vlaams Blok.
PVDA	Partij van de Arbeid.
SAR-RAL	Socialistische Arbeidspartij — Revolutionaire Arbeidsliga.

ANNEXE III

Le modèle log-linéaire

Un modèle mathématique est constitué d'une ou plusieurs équations qui décrivent comment les paramètres de la distribution d'une variable dépendante varient lorsque la ou les variable(s) indépendante(s) change(nt).

Si i est l'indice des valeurs (ou catégories) de la variable indépendante et si 1 et 2 sont les indices des valeurs de la variable dépendante, le modèle qui va être utilisé se fonde sur le rapport P_{i1}/P_{i2} qui est un rapport de probabilités de 2 événements.

Ce rapport des probabilités des 2 événements définit la chance qu'un événement plutôt qu'un autre se produise*.

Pour des raisons de symétrie et de facilités d'extension ultérieures du modèle, notamment**, le modèle est mis sous forme logarithmique et est basé sur la transformation suivante des probabilités :

$$\log \left(\frac{P_{i1}}{P_{i2}} \right) = \log \left(\frac{P_{i1}}{1 - P_{i1}} \right)$$

Il s'agit du modèle logistique qui est un modèle multiplicatif.

En général

$$\log \left(\frac{P_{i1}}{P_{i2}} \right) = \log \left(\frac{n_{11} / n_{i1}}{n_{12} / n_{i1}} \right) = \log \left(\frac{n_{11}}{n_{12}} \right)$$

A. Le modèle logistique simple pour 2 variables dichotomiques est :

$$\begin{aligned} 1/2^{***} \log \left(\frac{P_{i1}}{1 - P_{i1}} \right) &= \mu + \alpha_i \quad i = 1, 2 \\ \sum_{i=1}^2 \alpha_i &= 0 \end{aligned}$$

Le rapport de probabilité (ou chance) est décomposé en un produit de 2 facteurs. Le premier facteur (μ) est la moyenne, le second facteur (α_i) est l'écart à la moyenne, c'est-à-dire la part spécifique de la variable indépendante.

On peut résoudre le modèle pour obtenir de nouveaux paramètres.

* Ainsi dans les courses hippiques, la chance ou la cote d'un cheval est par exemple égale à 3 contre 1. Le rapport entre la probabilité de gagner et la probabilité de perdre est égal à 3/1, de sorte que la probabilité de victoire est de 3/4.

** Cf J.-K. LINDSEY, Cours de statistique, Ulg. Ronéo, pp. 11 et 12.

*** Le facteur 1/2 sera justifié par la suite.

$$\mu = 1/4 \left[\log \left(\frac{P_{11}}{1 - P_{11}} \right) + \log \left(\frac{P_{21}}{1 - P_{21}} \right) \right]$$

$$\alpha_1 = 1/4 \left[\log \left(\frac{P_{11}}{1 - P_{11}} \right) - \log \left(\frac{P_{21}}{1 - P_{21}} \right) \right] = -\alpha_2$$

Les valeurs des paramètres peuvent être calculées directement à partir des fréquences.

$$\mu = 1/4 \log \frac{n_{11} - n_{12}}{n_{12} \quad n_{22}}$$

$$\alpha_1 = 1/4 \log \frac{n_{11} \quad n_{22}}{n_{11} \quad n_{22}} = -\alpha_2$$

B. Le modèle peut être facilement étendu au cas où la variable indépendante a plus de 2 catégories ou valeurs :

$$1/2 \log \left(\frac{P_{i1}}{1 - P_{i1}} \right) = \mu + \alpha_i \quad i = 1, 2, \dots, I$$

$$\sum_{i=1}^I \alpha_i = 0$$

S'il y a un nombre de catégories I, il y a un nombre I de valeurs pour i qui ont une somme égale à zéro. Il y aura un nombre d'équations I qui peuvent être résolues.

C. Si la variable dépendante a plus de 2 valeurs, les changements sont alors étudiés dans la distribution multinomiale d'une variable (et non plus dans la distribution binomiale). Plusieurs comparaisons sont désormais possibles.

Par exemple, avec 3 valeurs, on peut comparer :

$$\frac{P_{i1}}{P_{i2}}, \frac{P_{i1}}{P_{i3}}, \frac{P_{i2}}{P_{i3}}$$

Le nombre des comparaisons possibles augmente rapidement avec le nombre de catégories.

Aussi, pour faciliter les comparaisons, on compare toutes les probabilités à une valeur commune, une moyenne. Puisque le modèle est multiplicatif, on utilise une moyenne obtenue par multiplication et non par addition. Il s'agit de la moyenne géométrique, désignée par \bar{P}_i pour la ième catégorie de la variable indépendante.

En général $P_i = \prod_{k=1}^K P_{ik}^{1/K}$ k étant l'étiquette des valeurs (de catégories) de la variable dépendante.

En termes logarithmiques, on a :

$$\log P_i = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \log P_{ik} = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \log P_{ik}^*$$

c'est-à-dire la moyenne arithmétique des logarithmes des probabilités, souvent plus faciles à calculer.

A présent, toutes les comparaisons s'effectuent par rapport à cette moyenne géométrique.

$$\frac{P_{i1}}{P_i}, \frac{P_{i2}}{P_i}, \frac{P_{i3}}{P_i}$$

La soustraction des logarithmes donne le logarithme de la chance (cote) :

$$\log \left(\frac{P_{i1}}{P_i} \right) - \log \left(\frac{P_{i2}}{P_i} \right) = \log \left(\frac{P_{i1}}{P_{i2}} \right)$$

Le modèle étendu devient :

$$\log \left(\frac{P_{ik}}{P_i} \right) = \mu_k + \alpha_{ik}$$

$$\sum_{k=1}^K \mu_k = 0; \quad \sum_{k=1}^K \alpha_{ik} = 0; \quad \sum_{i=1}^I \alpha_{ik} = 0$$

C. Il existe une deuxième interprétation du modèle logistique, le modèle linéaire.

Dans ce cas, on ne privilégie pas une variable (dépendante) par rapport aux autres.

On analyse plutôt l'association entre les variables.

* Quant $K = 2$, $\log P_i = 1/2 (\log P_{i1} + \log P_{i2})$ (1) = $\log (P_{i1} P_{i2})^{1/2}$

$P_i = \sqrt{P_{i1} P_{i2}}$

Le facteur 1/2 dans le modèle logistique dérive de (1).

On a le modèle suivant :

$$\log \left(\frac{P_{ik}}{\dot{P}} \right) = \mu_k + \theta_i + \alpha_{ik}$$

avec
$$\sum_{i=1}^I \theta_i = 0$$

Cette interprétation est celle utilisée en l'occurrence pour l'analyse des voix de préférence.

